

びわこ学院大学 令和7年度一般選抜（数学）

1 次の問いに答えよ。

(1) $\left(\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)(\sqrt{24} - 2)(\sqrt{12} + \sqrt{2})$ を計算せよ。

(2) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{6}(1+\sqrt{2})}$ の分母を有理化せよ。

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 12$ のとき, $\frac{5x-6xy+5y}{x+y}$ の値を求めよ。

(4) $(x^2 + x - 1)(y^2 - 1) - x(y^2 + 4y - 1)$ を因数分解せよ。

受験番号					氏名					選択	
------	--	--	--	--	----	--	--	--	--	----	--

2 集合 A, B が全体集合 U の部分集合で、
 $n(U) = 100, n(A) = 55, n(B) = 42, n(A \cap B) = x$
 であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 集合 $\overline{A} \cap B$ の要素の個数 $n(\overline{A} \cap B)$ を x を用いて表せ。

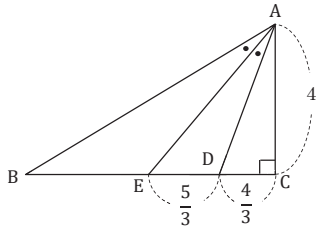
(2) 集合 $A \cup B$ の要素の個数 $n(A \cup B)$ を x を用いて表せ。

(3) 集合 $U \cap \overline{A \cup B}$ の要素の個数 $n(U \cap \overline{A \cup B})$ を x を用いて表せ。

(4) 集合 $A \cap B$ の要素の個数の最大値と最小値を求めよ。

受験 番号							氏名										選 択	
----------	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--------	--

3 右の図のような $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において、辺 BC 上に点 D を $CD = \frac{4}{3}$ となるようにとり、 $\angle BAD$ の二等分線と辺 BC との交点を E とする。 $AC = 4$, $DE = \frac{5}{3}$ であるとき、線分 BE の長さを求めよ。



4 2 次方程式 $x^2 - 4ax + 5a = 0$ が、次のような実数解をもつときの定数 a の値の範囲を求めよ。

(1) 1 より大きい異なる 2 つの解

(2) $-1 < x < 1$ の範囲で異なる 2 つの解

正答例 & 解説

2025 年度 一般選抜【数学】

正答例

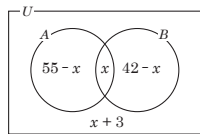
1 (1) (与式) =
$$\frac{1}{\sqrt{5}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \times \sqrt{2} \times (\sqrt{12} - \sqrt{2}) (\sqrt{12} + \sqrt{2})$$
$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{5} \right) \times \sqrt{2} \times (12 - 2)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \left(\frac{5-8}{10} \right) \times \sqrt{2} \times 10 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-3) = -\frac{3}{5} \sqrt{10}$$

(2) (与式) =
$$\frac{(2+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{\sqrt{6}(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{2-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}{\sqrt{6}\{(1)^2-(\sqrt{2})^2\}} = \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 12$ より, $\frac{x+y}{xy} = 12$, $\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{12}$
(与式) = $\frac{5x-6xy+5y}{x+y} = \frac{5x+5y}{x+y} - \frac{6xy}{x+y} = 5 - 6 \times \frac{1}{12} = \frac{9}{2}$

(4) (与式) = $x^2y^2 - x^2 + xy^2 - x - y^2 + 1 - xy^2 - 4xy + x$
$$= x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 - 4xy$$
$$= \{(xy)^2 - 2xy + 1\} - (x^2 + 2xy + y^2)$$
$$= (xy-1)^2 - (x+y)^2$$
$$= \{(xy-1) + (x+y)\} \{(xy-1) - (x+y)\}$$
$$= (xy+x+y-1)(xy-x-y-1)$$

2 (1) 集合 $\overline{A} \cap B$ の要素の個数 $n(\overline{A} \cap B)$ は,
$$n(\overline{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 42 - x$$



(2) 集合 $A \cup B$ の要素の個数 $n(A \cup B)$ は,
$$n(A \cup B) = n(A) + n(\overline{A} \cap B) = 55 + (42 - x) = 97 - x$$

(3) 集合 $U \cap \overline{A \cup B}$ の要素の個数 $n(U \cap \overline{A \cup B})$ は,
$$n(U \cap \overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 100 - (97 - x) = x + 3$$

(4) $n(A \cap B) = x$ であり、すべての集合の要素の個数は、常に 0 以上の整数になるから、 $x \geq 0$ …①

(1) ~ (3) の結果より、

$42 - x \geq 0$ より、 $x \leq 42$ …②

$97 - x \geq 0$ より、 $x \leq 97$ …③

$x + 3 \geq 0$ より、 $x \geq -3$ …④

したがって、①~④の共通範囲を求めて、 $0 \leq x \leq 42$

よって、 $n(A \cap B)$ の最大値は42、最小値は0



大問	問	配点	大問	問	配点
1	1	5点	3	1	25点
	2	5点		4	10点
	3	5点		2	15点
	4	10点		合計 100点	
2	1	5点			
	2	5点			
	3	5点			
	4	10点			

3 $\triangle ADC$ において、三平方の定理より、

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{16}{9}} = \frac{4}{3} \sqrt{10}$$

$\triangle ABD$ において、 AE は $\angle BAD$ の二等分線だから、 $BE = x$ とおくと、内角の二等分線と辺の比の定理より、

$$AB : AD = BE : ED$$

$$\therefore AB = \frac{BE \times AD}{ED}$$

整理すると、

$$\therefore AB = \frac{x \times \frac{4}{3} \sqrt{10}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5} \sqrt{10} x$$

$\triangle ABC$ において、三平方の定理より、 $AB^2 = BC^2 + CA^2$

整理すると、 $\left(\frac{4}{5} \sqrt{10} x\right)^2 = \left(x + \frac{4}{3} + \frac{5}{3}\right)^2 + 4^2$

$$\frac{32}{5} x^2 = x^2 + 6x + 9 + 16$$

$$32x^2 = 5x^2 + 30x + 125$$

$$27x^2 - 30x - 125 = 0$$

$$(9x - 25)(3x + 5) = 0$$

$$\therefore x = \frac{25}{9}, -\frac{5}{3}$$

ここで、 $x > 0$ だから、

$$x = \frac{25}{9}$$

4 (1) $f(x) = x^2 - 4ax + 5a$ とおくと、

$$f(x) = (x - 2a)^2 - 4a^2 + 5a$$

$y = f(x)$ のグラフは下に凸の放物線であり、その軸は $x = 2a$ である。

2 次方程式 $f(x) = 0$ の解が 1 より大きい異なる 2 つの解をもつのは、次の 3 つの条件が同時に成り立つときである。

(i) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる。

(ii) $y = f(x)$ のグラフの軸が $x > 1$ の部分にある。

(iii) $y = f(x)$ のグラフが $f(1) > 0$ を満たす。

(i) より、2 次方程式 $f(x) = 0$ の判別式を D とすると、 $D > 0$ である。

$$D = (-4a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5a = 4(4a^2 - 5a) = 4a(4a - 5) > 0$$

$$\therefore a < 0, \frac{5}{4} < a \quad \dots\dots ①$$

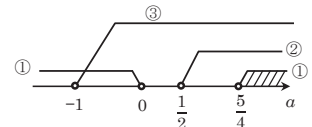
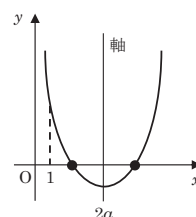
(ii) より、軸は直線 $x = 2a$ であるから $2a > 1$

$$\therefore a > \frac{1}{2} \quad \dots\dots ②$$

(iii) より、 $f(1) = 1^2 - 4a \cdot 1 + 5a = a + 1 > 0$

$$\therefore a > -1 \quad \dots\dots ③$$

①、②、③の共通範囲を求めて、 $a > \frac{5}{4}$



正答例&解説

2025 年度 一般選抜【数学】

4 (2) $f(x) = x^2 - 4ax + 5a$ とおくと, $f(x) = (x - 2a)^2 - 4a^2 + 5a$

$y = f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で, その軸は $x = 2a$ である。

2 次方程式 $f(x) = 0$ の解が $-1 < x < 1$ の範囲で異なる 2 つの解をもつのは, 次の 4 つの条件が同時に成り立つときである。

(i) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる。

(ii) $y = f(x)$ のグラフの軸が $-1 < x < 1$ の部分にある。

(iii) $y = f(x)$ のグラフが $f(-1) > 0$ を満たす。

(iv) $y = f(x)$ のグラフが $f(1) > 0$ を満たす。

(i) より, 2 次方程式 $f(x) = 0$ の判別式を D とすると, $D > 0$ である。

$$D = (-4a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5a = 4(4a^2 - 5a)$$

$$= 4a(4a - 5) > 0$$

$$\therefore a < 0, \frac{5}{4} < a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

(ii) より, 軸は直線 $x = 2a$ であるから $-1 < 2a < 1$

$$\therefore -\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

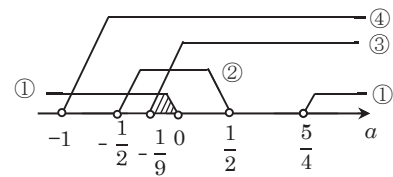
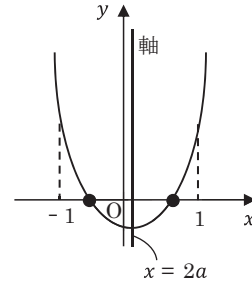
(iii) より, $f(-1) = (-1)^2 - 4a \cdot (-1) + 5a = 9a + 1 > 0$

$$\therefore a > -\frac{1}{9} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

(iv) より, $f(1) = 1^2 - 4a \cdot 1 + 5a = a + 1 > 0$

$$\therefore a > -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

①, ②, ③, ④の共通範囲を求めて, $-\frac{1}{9} < a < 0$



大学受験のエキスパート！

が詳しく解説！ 攻略ポイント

出題範囲は数学I・A, 大問4題で記述式。試験時間は60分。2025年度の各大問の出題分野は ① 数と式 ② 集合と命題 ③ 平面図形 ④ 2次関数

例年, ①は数と式からの出題である。その他の大問は出題範囲から偏りなく出題されるから, どの分野も満遍なく勉強しておこう。問題の難易度は教科書章末問題レベルである。教科書の章末問題が自力で解けるようになるまで演習を積もう。また, 記述式であるので, 答えを求めるだけでなく思考過程をわかりやすく記述する練習もしておこう。

1 (1) $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \times \sqrt{2} \times (\sqrt{12} - \sqrt{2})(\sqrt{12} + \sqrt{2})$ と変形して

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用して計算するとよい。

(2) 分母分子に $\sqrt{6}(1 - \sqrt{2})$ を掛ければよい。

(3) $\frac{5x - 6xy + 5y}{x + y} = \frac{5(x+y) - 6xy}{x + y} = 5 - \frac{6xy}{x + y}$ であるから, $\frac{xy}{x + y}$ の値が分かればよい。

これは $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 12$ から求めることができる。通分すると $\frac{x + y}{xy} = 12$ であるから, 逆数をとると $\frac{xy}{x + y} = \frac{1}{12}$ である。

(4) 展開し, $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ が利用できる形をつくろう。

2 (1), (2), (3) は, ベン図を描いて考えよう。ベン図を描けば

$n(\overline{A \cap B}) = n(B) - n(A \cap B)$, $n(A \cup B) = n(A) + n(\overline{A \cap B})$, $n(U \cap \overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B)$ であることが分かる。

これらは公式として覚えておくものではなく, その都度ベン図を描いて図から求めるようにしよう。

(4) は x のとりうる値の範囲を考える。集合の要素の個数は 0 以上であることに注目して, x の不等式をつくればよい。

3 三角形の角の二等分線の性質と三平方の定理を利用することを考えよう。まず, $\triangle ADC$ において, 三平方の定理を用いることで, AD の長さが分かる。よって, BE の長さを x とおくと, 三角形の角の二等分線の性質により, $AB : AD = BE : ED$ であるから, AB の長さを x で表すことができる。あとは, $\triangle ABC$ において, 三平方の定理を用いると, x の 2 次方程式をつくることができるから, それを解くことで x を求めることができる。

4 2 次方程式が指定された範囲内に解を持つ条件を考える問題を, 解の配置問題という。2 次方程式の解の配置問題は, 方程式の実数解をグラフで考えることが基本である。本問においては, 2 次方程式 $x^2 - 4ax + 5a = 0$ の実数解は 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4ax + 5a$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標に等しい。よって, (1) では, 放物線 $y = f(x)$ が, x 軸の $x > 1$ の部分と異なる 2 点で交わるための条件を考え, (2) では, 放物線 $y = f(x)$ が, x 軸の $-1 < x < 1$ の部分と異なる 2 点で交わる条件を考える。条件を立式する際は, 「放物線の軸の位置」, 「端点値の符号」, 「判別式の符号」がそれぞれどのようなになればよいかを考えよう。なお, 端点値とは, (1) であれば $f(1)$ の値, (2) であれば $f(-1)$ と $f(1)$ の値のことを指す。